



Filtracja przy stałym przepływie mieszanin tworzących osady o małej ściśliwości

Tadeusz Piecuch, Jacek Piekarski, Grażyna Malatyńska
Politechnika Koszalińska

1. Wstęp

Proces filtracji stanowi bardzo często podstawowy węzeł technologiczny, zarówno w obiegach wodno-mułowych zakładów przemysłowych, oczyszczających ścieki poprodukcyjne o dużej zawartości zawieszin oraz w miejskich i gminnych oczyszczalniach ścieków komunalnych.

Analizy teoretyczne przebiegu procesu filtracji opierają się na wyjściowym równaniu Darcy'ego opisującym przepływ płynu przez warstwę porowatą, na przykład cieczy jako układu jedno-fazowego [4,7,11–14,18–21,25,57–63,72,73].

$$\dot{V}=\Delta P \cdot R^{-1} \quad (1)$$

Jest to proces podobny do procesu filtracji, ale to nie jest jeszcze filtracja [37,39,40].

Proces filtracji to napływ mieszaniny cieczy i ciał stałych na przegrodę porowatą, na której (lub w której) zatrzymują się zanieczyszczenia w postaci drobnych ziarenek stanowiących fazę stałą mieszaniny [23,25,37,39,40].

W polskich jednostkach badawczych wykształciły się zespoły badawcze, które zajmują się badaniami takiego typowego procesu filtracji. Są to między innymi: zespół M. Palicy [6,17,26–32], zespół S. Wrońskiego [69–71], a także od 1969 roku, aktualnie w Politechnice Koszalińskiej zespół T. Piecucha [1–3,34–55].

Oczywiście, proces filtracji zachodzi nie tylko na siatce filtracyjnej ale także na złożach filtracyjnych zwanych filtrami grawitacyjnymi. Złoża

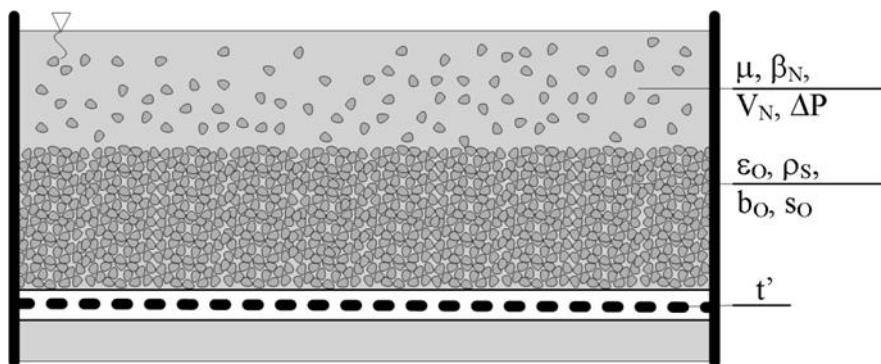
takie często pełnią funkcję adsorbentu, a więc często równolegle zachodzi proces zarówno filtracji jak i adsorpcji [9,10,16,22,24,33,56,64]. W takich przypadkach proces filtracji z jednoczesnym zachodzącym równolegle procesem adsorpcji w aspekcie modelowania matematycznego należy traktować oddzielnie [50,52–55].

Niezależnie od badań typowego, klasycznego procesu filtracji, także w Polsce od kilkudziesięciu lat prowadzone są badania specyficznego procesu filtracji zwanego także procesem mikrofiltracji lub nanofiltracji, czyli filtracji membranowej, gdzie jako wiodące zespoły należy wymienić zespół T. Winnickiego [15,65–68] oraz zespół M. Bodzka [5].

Oczywiście, nie sposób wymienić wszystkie zespoły w naszych jednostkach badawczych ale wydaje się, iż wyżej wymienione zespoły i ich prace są w tej problematyce w Polsce pionierskie.

2. Założenia do analizy teoretycznej

W niniejszej pracy analizowany teoretycznie jest proces filtracji z napływem mieszaniny na przegrodę (w tym przypadku siatkę) filtracyjną. Proces taki w warunkach praktycznych zachodzi w filtrach próżniowych, ciśnieniowych, prasach filtracyjnych lub filtrach taśmowych, co w uproszczeniu przedstawia schemat na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat procesu filtracji przez siatkę filtracyjną

Fig. 1. A diagram of the filtration process with the use of a filter mesh

Ogólne równanie przepływu płynu przez warstwę porowatą według zapisu (1) zostało zaadaptowane do opisu procesu filtracji w wyniku określonych założeń i przeprowadzonej analizy teoretycznej i doprowa-

dziło do określenia uniwersalnego równania filtracji mieszaniny z tworzeniem osadu na siatce filtracyjnej, co zostało opisane w wielu publikacjach do których odsyła się zainteresowanego czytelnika [37,39,40].

Analiza problemu ściśliwości osadu, którego porowatość zmniejsza się, a opór ogólny wzrasta przy zwiększaniu różnicy ciśnień, została przeprowadzona przez autorów niniejszej publikacji dwu-wariantowo, zależnie od ogólnego wyjściowego równania procesu filtracji.

Pierwszy wariant równania bazowego, został wykorzystany do określenia filtracji mieszaniny przez siatkę filtracyjną dla osadów o dużej ściśliwości, przy czym postać tego równania jest następująca:

$$\dot{V} = \frac{\Delta P}{t' \frac{\mu}{A_F} + \frac{\mu}{b_O} \Delta P^{s_O} \frac{V_N \beta_N}{A_F^2 (1 - \varepsilon_O) \rho_S}} \quad (2)$$

W zapisie (2) mianownik stanowi suma oporów ogólnych siatki filtracyjnej oraz powstałego na niej osadu. Opór ogólny osadu na siatce filtracyjnej został ustalony przy określonych założeniach analizy procesu, co przedstawiono w wielu pracach [7,8,50,51], a przede wszystkim w publikacji, która ukazała się w Archives of Environmental Protection (Vol. 39. no. 1. 2013) – dla mieszanin tworzących osady o dużej ściśliwości [34] oraz w publikacji, która ukazała się w czasopiśmie Gospodarka Surowcami Mineralnymi (Nr 3. 2014) – dla osadów o małej ściśliwości [48].

Natomiast bazą dla analizy drugiego wariantu jest ogólne równanie filtracji według zapisu:

$$\dot{V} = \frac{\Delta P}{t' \frac{\mu}{A_F} + \frac{\mu}{b_O} (1 - s_O) \Delta P^{s_O} \frac{V_N \beta_N}{A_F^2 (1 - \varepsilon_O) \rho_S}} \quad (3)$$

które powstało w wyniku analizy procesu przedstawionej w Annual Set the Environment Protection (Vol. 15. 2013) – dla osadów o dużej ściśliwości, gdzie współczynnik ściśliwości s_O wynosił 1/3, 1/2 oraz 2/3 [43].

Niniejsza publikacja jest kontynuacją pracy [43] lecz dotyczy osadów o mniejszej ściśliwości s_O , to jest 1/4, 1/5 oraz 1/6.

Obydwa wyjściowe równania, tj. (2) oraz (3) różnią się w zapisie (3) przedstawieniem oporu osadu filtracyjnego $(1 - s_O)$. Równanie (2) jest pochodną analizy teoretycznej procesu filtracji przeprowadzonej przez

T. Piecucha (między innymi [37,39,40]), w którym to zapisie (2) ogólny opór osadu filtracyjnego został wstawiony bez oddzielnego obliczania oporu filtracji wobec parametru ogólnego współczynnika ścisłości s_0 . Według przyjętych założeń przez T. Piecucha, w równaniu (2) ciśnienie ΔP występujące zarówno w liczniku jak i mianowniku, to ciśnienie dyspozycyjne procesu filtracji zwane też w literaturze ciśnieniem motorycznym. Jest to zasadnicza różnica wobec dotychczasowych ujęć teoretycznych, w których ciśnienie występujące w mianowniku było spadkiem ciśnienia w warstwie osadu filtracyjnego, a więc tylko częścią tak zwanego ciśnienia dyspozycyjnego dla przebiegu danego procesu filtracji.

Natomiast w zapisie równania (3) do mianownika do drugiego członu odpowiadającego za opór osadu wprowadzono zapis, który wynika z oddzielnego rozwiązania ogólnego różniczkowego równania oporu osadu filtracyjnego, poprzez scałkowanie tego równania wobec współczynnika ścisłości s_0 .

Takie podejście jest charakterystyczne dla klasycznej teorii filtracji szkoły francuskiej sprzed około 100 lat, które zostało przeniesione do polskiej literatury (między innymi [7]) dosyć bezkrytycznie, a rozwiązanie tego równania różniczkowego oporu, czyli wyprowadzenie zapisu końcowego równania oporu w drugim członie mianownika równania (3), znajdzie zainteresowany czytelnik w monografii [50].

W równaniu (3) ciśnienie ΔP występujące zarówno w liczniku jak i w mianowniku to ciśnienie dyspozycyjne danego procesu filtracji. Ponadto przyjmuje się upraszczające założenie, że cała zawiesina (faza stała) tworząca mieszaninę nadaną do procesu filtracji utworzy osad filtracyjny na siatce filtracyjnej ($V_N \cdot \beta_N$), a więc filtrat będzie cieczą czystą mechanicznie.

3. Wariantowe równania filtracji dla różnych wartości współczynnika ścisłości

Bazą niniejszych rozważań jest równanie filtracji według zapisu (3), w którym przyjmuje się, że będzie to filtracja przy stałym przepływie medium, a więc filtracja przy zmiennej wartości ciśnienia motorycznego ΔP , które jest więc w ogólnym matematycznym zapisie filtracji jako równanie różniczkowe, zmienną dx .

Przechodząc do uproszczonej matematycznej formy równania filtracji według zapisu (3), przyjęto odpowiednio jako wartości stałe A, B oraz C wg zapisu:

$$A=t' \frac{\mu}{A_F} \quad (4)$$

$$B=s_0 \quad (5)$$

$$C=\frac{\mu}{b_0} \frac{V_N \beta_N}{A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_s} \quad (6)$$

Tak więc przekształcając równanie według zapisu (3) do ogólnej formuły matematycznej przyjmie ono postać jak niżej:

$$I=\int \frac{dx}{A+C(1-B)x^B}, \quad 0 < B \leq 1 \quad (7)$$

gdzie A, C – pewne stałe.

Poniżej przedstawiono rozwiązanie całki według zapisu (7) dla szczególnych przypadków parametru B, któremu odpowiada w zapisie fizycznym współczynnik ściśliwości s_0 .

3.1. Współczynnik ściśliwości $B=1/4$

Zatem $x^B = \sqrt[4]{x}$, stąd całka (7) przyjmuje postać:

$$I=F(x)=\int \frac{4dx}{4A+3C\sqrt[4]{x}} \quad (8)$$

Po podstawieniu $\sqrt[4]{x}=u$, to wtedy $x=u^4$, i wówczas:

$$dx=4u^3 du \quad (9)$$

Całkę (8) sprowadza się do całki z funkcji wymiernej o postaci:

$$I=\int \frac{16u^3 du}{4A+3Cu} \quad (10)$$

Funkcję podcałkową, która jest funkcją wymierną niewłaściwą przedstawiamy w postaci sumy wielomianu i ułamka prostego pierwszego rodzaju:

$$\frac{16u^3}{4A+3Cu} = \frac{16}{81C^4} \left(27C^3 u^2 - 36AC^2 u + 54A^2 C - 64A^3 \cdot \frac{3C}{4A+3Cu} \right) \quad (11)$$

Uwzględniając rozkład (11) w całce (10), a następnie całkując:

$$I = \frac{16}{81C^4} \left(9C^3 u^3 - 18AC^2 u^2 + 54A^2 Cu - 64A^3 \cdot \ln|4A + 3Cu| \right) + D \quad (12)$$

i po powrocie do wyjściowej zmiennej x , po podstawieniu za $u = \sqrt[4]{x}$ otrzymuje się rozwiązanie całki (8). Zatem, całka ogólna (7) dla $B=0,25$ wyraża się ogólnym wzorem w zapisie matematycznym:

$$F(x) = \frac{16}{81C^4} \left(9C^3 \sqrt[4]{x^3} - 18AC^2 \sqrt{x} + 54A^2 C \sqrt[4]{x} - 64A^3 \cdot \ln|4A + 3C \sqrt[4]{x}| \right) + D \quad (13)$$

gdzie: D – stała całkowania.

Stałą całkowania D można wyliczyć z warunku początkowego. Ostatecznie równanie filtracji dla współczynnika ściśliwości $s_0=0,25$ przyjmie postać w zapisie fizycznym jak niżej:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{16}{81} \left(\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right)^4 \left[9 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]^3 \sqrt[4]{\Delta P^3} \right. \\ & - 18 t' \frac{\mu}{A_F} \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]^2 \sqrt{\Delta P} + 54 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)^2 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]^4 \sqrt[4]{\Delta P} \\ & \left. - 64 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)^3 \cdot \ln \left| 4 t' \frac{\mu}{A_F} + 3 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right] \sqrt[4]{\Delta P} \right| \right] + D \end{aligned} \quad (14)$$

3.2. Współczynnik ściśliwości $B=1/5$

Zatem $x^B = \sqrt[5]{x}$, stąd całka (7) przyjmuje postać:

$$I = F(x) = \int \frac{5 dx}{5A + 4C \sqrt[5]{x}} \quad (15)$$

Po podstawieniu $\sqrt[5]{x} = u$, to wtedy $x = u^5$, i wówczas:

$$dx = 5u^4 du \quad (16)$$

Całkę (15) sprowadza się do całki z funkcji wymiernej o postaci:

$$I = \int \frac{25u^4 du}{5A + 4Cu} \quad (17)$$

Funkcję podcałkową przedstawia się w postaci rozkładu:

$$\frac{25u^4}{5A+4Cu} = \frac{25}{4C} \left[u^3 - \frac{5A}{4C} u^2 + \left(\frac{5A}{4C} \right)^2 u - \left(\frac{5A}{4C} \right)^3 + \left(\frac{5A}{4C} \right)^4 \cdot \frac{4C}{5A+4Cu} \right] \quad (18)$$

Uwzględniając rozkład (18) w całce (17), a następnie całkując i wracając do wyjściowej zmiennej x, tj. po podstawieniu za $u = \sqrt[5]{x}$ otrzymuje się rozwiązanie całki (15).

Zatem, całka ogólna (1) dla $B=1/5$ wyraża się wzorem:

$$F(x) = \frac{25}{48C} \left[3\sqrt[5]{x^4} - \frac{5A}{C} \sqrt[5]{x^3} + 6 \left(\frac{5A}{4C} \right)^2 \sqrt[5]{x^2} - \left(\frac{5A}{4C} \right)^3 \sqrt[5]{x} + \left(\frac{5A}{4C} \right)^4 \cdot \ln |5A+4C\sqrt[5]{x}| \right] + D \quad (19)$$

Ostatecznie równanie filtracji dla współczynnika ściśliwości $s_0=1/5$ przyjmie postać w zapisie fizykalnym:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{25}{48 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right]} \left[3\sqrt[5]{\Delta P^4} - \frac{5 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{\left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right]} \sqrt[5]{\Delta P^3} \right. \\ & + 6 \left[\frac{5 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{4 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right]} \right]^2 \sqrt[5]{\Delta P^2} - \left[\frac{5 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{4 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right]} \right]^3 \sqrt[5]{\Delta P} \\ & \left. + \left[\frac{5 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{4 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right]} \right]^4 \cdot \ln \left| 5 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right) + 4 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right] \sqrt[5]{x} \right| \right] + D \quad (20) \end{aligned}$$

3.3. Współczynnik ściśliwości $B=1/6$

Zatem $x^B = \sqrt[6]{x}$, stąd całka (7) przyjmuje postać:

$$I=F(x)=\int \frac{6dx}{6A+5C\sqrt[6]{x}} \quad (21)$$

Po podstawieniu $\sqrt[6]{x}=u$, to wtedy $x=u^6$, i wówczas:

$$dx=6u^5 du \quad (22)$$

Całkę (21) sprowadza się do całki z funkcji wymiernej o postaci:

$$I=\int \frac{36u^5 du}{6A+5Cu} \quad (23)$$

Funkcję podcałkową, która jest funkcją wymierną niewłaściwą:

$$f(u)=\frac{36u^5 du}{6A+5Cu} \quad (24)$$

przedstawia się w postaci rozkładu:

$$f(u)=\frac{36}{5C} \left[u^4 - \frac{6A}{5C} u^3 + \left(\frac{6A}{5C}\right)^2 u^2 - \left(\frac{6A}{5C}\right)^3 u + \left(\frac{6A}{5C}\right)^4 - \left(\frac{6A}{5C}\right)^5 \cdot \frac{5C}{6A+5Cu} \right] \quad (25)$$

Uwzględniając rozkład (25) w całce (23), następnie całkując:

$$\begin{aligned} I = \frac{36}{5C} \left[\frac{1}{5} u^5 - \frac{1}{4} \left(\frac{6A}{5C}\right) u^4 + \frac{1}{3} \left(\frac{6A}{5C}\right)^2 u^3 - \frac{1}{2} \left(\frac{6A}{5C}\right)^3 u^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{6A}{5C}\right)^4 u - \left(\frac{6A}{5C}\right)^5 \cdot \ln|6A+5Cu| \right] + D \end{aligned} \quad (26)$$

i wracając do wyjściowej zmiennej x , tj. po podstawieniu za $u=\sqrt[6]{x}$ otrzymuje się rozwiązanie całki (21).

Zatem, całka ogólna (7) dla $B=1/6$ wyraża się wzorem:

$$\begin{aligned} F(x) = \frac{3}{25C} \left[2\sqrt[6]{x^5} - \frac{18A}{C} \sqrt[3]{x^2} + 20 \left(\frac{6A}{5C}\right)^2 \sqrt{x} - 30 \left(\frac{6A}{5C}\right)^3 \sqrt[3]{x} \right. \\ \left. + 60 \left(\frac{6A}{5C}\right)^4 \sqrt[6]{x} - \frac{36}{5C} \left(\frac{6A}{5C}\right)^5 \cdot \ln|6A+5C\sqrt[6]{x}| \right] + D \end{aligned} \quad (27)$$

gdzie: D – stała całkowania, którą wyznacza się z warunku początkowego.

Ostatecznie równanie filtracji o stałym przepływie dla współczynnika ściśliwości $s_0=1/6$ przyjmie postać w zapisie fizykalnym:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} = & \frac{3}{25 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right]} \left[12 \sqrt[6]{\Delta P^5} - \frac{18 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{\left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right]} \sqrt[3]{\Delta P^2} \right. \\
 & + 20 \left[\frac{6 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{5 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right]} \right]^2 \sqrt{\Delta P} - 30 \left[\frac{6 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{5 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right]} \right]^3 \sqrt[3]{\Delta P} \\
 & + 60 \left[\frac{6 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{5 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right]} \right]^4 \sqrt[6]{\Delta P} - \frac{36 [b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S]}{5 \mu V_N \beta_N} \\
 & \left. \left[\frac{6 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{5 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right]} \right]^5 \cdot \ln \left| 6 t' \frac{\mu}{A_F} + 5 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_0 A_F^2 (1-\varepsilon_0) \rho_S} \right] \sqrt[6]{\Delta P} \right| + D \right] \quad (28)
 \end{aligned}$$

4. Podsumowanie – wnioski

Zatem, końcowe równania wyprowadzone w niniejszej publikacji o zapisie fizykalnym (14), (20) oraz (28) są końcowymi równaniami filtracji dla filtracji mieszaniny napływającej na siatkę filtracyjną i tworzącej na niej osad ściśliwy o współczynniku ściśliwości s_0 przyjmującym odpowiednio wartości 1/4, 1/5 oraz 1/6.

Równania oparte o wzór bazowy filtracji o zapisie (3) przy założeniu stałego przepływu i zmiennego ciśnienia motorycznego procesu dla współczynnika ściśliwości s_0 równego odpowiednio wartości 1/3, 1/2 oraz 2/3 znajdzie czytelnik w publikacji autorów w Roczniku Ochrona Środowiska (Tom 15. 2013) [43]. Natomiast, równania filtracji dla współczynnika ściśliwości s_0 równego wartości 1/4, 1/5 oraz 1/6 dla bazowego równa-

nia filtracji jak w zapisie (2) przy założeniu filtracji o stałym przepływie oraz zmiennym ciśnieniu motorycznym procesu znajdzie czytelnik w publikacji autorów w Kwartalniku Gospodarki Surowcami Mineralnymi (Nr 3. 2014) [48].

Podobnie równania filtracji dla współczynników ściśliwości osadu s_0 o większej wartości równych odpowiednio 1/3, 1/2 oraz 2/3 oparte na równaniu bazowym filtracji według zapisu (2) znajdzie czytelnik w publikacji autorów mieszczącej się w Archives of Environmental Protection (Vol. 39. No 1. 2013).

Kontynuacją niniejszego cyklu publikacji autorów [34] będzie kolejna seria publikacji bazująca na ogólnych równaniach filtracji według zapisów (2) oraz (3) dla tych samych odpowiednich wartości współczynników ściśliwości s_0 , a więc: dla osadów umownie o dużej ściśliwości gdy s_0 wynosi odpowiednio 1/3, 1/2 oraz 2/3 oraz umownie dla osadów o małej ściśliwości gdy współczynnik ściśliwości s_0 wynosi 1/4, 1/5 oraz 1/6 ale przy założeniu, że występujący w tych równaniach parametr ciśnienia motorycznego procesu ΔP będzie stały, a parametrem zmiennym będzie przepływ medium w procesie filtracji.

Analiza teoretyczna procesu filtracji przeprowadzona w niniejszej publikacji potwierdziła ogólne wnioski wynikające z uprzednich prac w tej problematyce ustalania równań końcowych procesu filtracji dla różnych współczynników ściśliwości [34,43,48] a więc to, że:

- Nie jest możliwe ustalenie jednego wspólnego równania procesu filtracji dla osadów ściśliwych, lecz należy każdorazowo dla osadu o danej ściśliwości takie równanie końcowe określić, jak to pokazano dla różnych wartości współczynnika ściśliwości zarówno w niniejszej publikacji, jak i w publikacjach uprzednich [34,43,48,49].
- Analizując wyliczone ogólne końcowe postacie równań filtracji dla różnych wartości współczynników ściśliwości można zauważyć, że im mniejsza jest wartość tego współczynnika (przykładowo odpowiednio 2/3, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/6 itd.) tym dłuższe, a więc bardziej skomplikowane i trudniejsze w rozwiązaniu i zastosowaniu są końcowe równania filtracji dla osadów ściśliwych o coraz mniejszej ściśliwości.
- Chcąc wprowadzić do praktyki projektowej możliwość wykorzystania tych końcowych równań należy opracować dla nich odpowiednie algorytmy i na ich podstawie aplikacje numeryczne, co będzie przedmiotem dalszych prac autorów w najbliższych latach.

Symbolika oznaczeń

R	całkowity opór przegrody porowatej total resistance of the porous barrier	$[\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^5]$
ΔP	spadek ciśnienia pressure drop	$[\text{N}/\text{m}^2]$
t'	opór średni siatki filtracyjnej average resistance of the filter mesh	$[\text{m}^{-1}]$
μ	współczynnik lepkości dynamicznej zawiesiny dynamic viscosity factor for the emulsion	$[\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2]$
A_F	powierzchnia złoża filtracyjnego layer area	$[\text{m}^2]$
b_O	wartość stała dla osadu sediment constant	$[\text{N}]$
s_O	współczynnik ściśliwości osadu sediment compressibility factor	$[-]$
V_N	objętość nadawy feed volume	$[\text{m}^3]$
β_N	zagęszczenie fazy stałej w dopływie solid-phase condensation in the inflow	$[\text{kg}/\text{m}^3]$
ε_O	porowatość osadu sediment porosity	$[-]$
ρ_S	gęstość zatrzymanej fazy stałej density of the screened solid phase	$[\text{kg}/\text{m}^3]$
L	grubość osadu filtracyjnego height of sediment layer	$[\text{m}]$
α	opór właściwy osadu specific resistance of compressible sediment layer	$[\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^4]$
K	współczynnik przepuszczalności permeability coefficient	$[\text{m}^2]$
\dot{V}	wydatek objętościowy volume output	$[\text{m}^3/\text{s}]$

Literatura

1. **Anielak A. M., Piecuch T.:** *Analityczno-empiryczne kryterium filtracji ciśnieniowej i odśrodkowej zawiesiny poftotacyjnych odpadów cynku i ołowiu*. Archiwum Górnictwa PAN, Tom 29, Nr 3, 1984.
2. **Anielak A. M., Piecuch T.:** *Vergleich der Entwässerung bei Druck Und Zentrifugalfiltration mit Statistischen Modellen*. Chemische Technik, No. 3, 1987.
3. **Anielak A. M., Piecuch T.:** *Vielstufige Druck Filtration*. 17 Diskussionstagung Mechanische Flüssigkeitabtronaug, Dresden, 1980.
4. **Białas J., Lutyński A., Białas M.:** *Klasyfikacja i odwadnianie koncentratów mialowych*. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, Tom 15, Zeszyt Specjalny, 1999.
5. **Bodzek M., Konieczny K.:** *Membrane Techniques in the Removal of Inorganic Anionic Micropollutants from Water Environment – State of the Art*. Archives of Environmental Protection, Vol. 37, No. 2, 2011.
6. **Chmiel K., Palica M.:** *Modelowanie procesu biofiltracji*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set the Environment Protection), 7, 2005.
7. **Ciborowski J.:** *Inżynieria chemiczna*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1965.
8. **Dahlstrom D. A., Nickolaus N.:** *Theory and practice of continuous pressure filtration*. Chemical Engineering Progress, Nr 3, 1956.
9. **Gajewska M., Obarska-Pempkowiak H.:** *20 lat doświadczeń z eksploatacji oczyszczalni hydrofitowych w Polsce*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set the Environment Protection), 11, 2009.
10. **Gala A., Sanak-Rytlewska S.:** *The use of organic water for removing Pb^{+2} ions from aqueous solutions*. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, Tom 25, Zeszyt 2, 2009.
11. **Grace H. P.:** *Resistance of compressibility of filter cakes*. Chemical Engineering Progress, Part I, II, Nr 6, 7, 1953.
12. **Hertjess P. M.:** *Industrial filtration*. Department of Chemical Engineering. Technical University Delft, 1948.
13. **Hertjess P. M., Haas H.:** *Studies in filtration Recoil Trav. Chim, Pays-Bas*, No. 6, 1949.
14. **Ives K. J.:** *New concepts in filtration*. Water and Water Engineering, No. 8, 1961.
15. **Kabsch-Korbutowicz M., Wiśniewski J. A., Kliber S., Urbanowska A.:** *Application of UF, N and ED in natural organic matter removal from ion-exchange spent regenerant brine*. Desalination, Vol. 280, No. 1–3, 2011.

16. **Kaleta J., Papciak D., Puskarewicz A.:** *Naturalne i modyfikowane minerały w uzdatnianiu wód podziemnych*. Gospodarka Surowcami Mineralnymi, Tom 25, Zeszyt 1, 2009.
17. **Kocurek J, Palica M.:** *Rozdzielanie zawiesin ciał stałych w cieczach na drodze filtracji z kompresją tworzonoego osadu. Część 1. Teoretyczny opis filtracji z równoczesną kompresją osadu*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set the Environment Protection), 4, 2002.
18. **Koppiz K.:** *Untersuchungen über die Anwendbarkeit der Filtertheorie auf die Steinkohle – Filterarbeit. Teil 1. Aufbereitung – Technik*, Nr 9, 1970.
19. **Koppiz K.:** *Untersuchungen über die Anwendbarkeit der Filtertheorie auf die Steinkohle – Filterarbeit. Teil 2. Aufbereitung – Technik*, Nr 12, 1970.
20. **Le Lec. P.:** *Variations de permeabilite des gateaux de filtration*. Genie Chimique, Nr 3, 1962.
21. **Luckert K.:** *Bewertung einer Apparatkombination*. Doktorat Dissertation Technische Hochschule, Magdeburg, 1973.
22. **Malczewska B.:** *Sewage sludge rheological properties variability in dependence of drawing sludge samples at different times*. Archives of Environmental Protection, Vol. 34, No. 4, 2008.
23. **Mielczarek K., Bohdziewicz J.:** *Performance prediction of ultrafiltration of post process coke wastewater based on the assumption of hydraulic filtration resistance model*. Archives of Environmental Protection, Vol. 37, No. 4, 2011.
24. **Obarska-Pempkowiak H., Gajewska M., Wojciechowska E., Stosik M.:** *Systemy hydrofitowe do oczyszczania spływów powierzchniowych w rejonie Zatoki Gdańskiej*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set the Environment Protection), 13, 2011.
25. **Orlicek A. F.:** *Les principes physiques dela filtration*. Genie Chimique, No. 6, 1956.
26. **Palica M., Grotek. A., Gruca M., Niemirowski J.:** *Opis odwadniania zawiesiny zrzutowej po wirówce filtracyjno-sedymentacyjnej BIRDa modelem SORENSENA*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set The Environment Protection), 9, 2007.
27. **Palica M., Pęczek K., Kurowski Ł., Niemirowski J.:** *Periodyczna filtracja wirowa zawiesiny zrzutowej po wirówkach BIRDa zawierającej dodatek flokulantu MAGNAFLOC 336*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set The Environment Protection), 10, 2010.
28. **Palica M., Gierczycki A., Lemanowicz M.:** *Własności filtracyjne zawiesiny po wirówkach DECANTER po dodaniu flokulantu MAGNAFLOC 919*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set The Environment Protection), 11, 2009.

29. **Palica M., Wątor K., Thullie J., Kurowski Ł.:** *Odwadnianie szlamu węglowego na drodze periodycznej filtracji wirowej*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set The Environment Protection), 12, 2010.
30. **Palica M., Spyрка W., Adamczyk M.:** *Testy filtracji ciśnieniowej zawiesiny odpadowej z odmulnika DORRa*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set The Environment Protection), 13, 2011.
31. **Palica M., Kocurek J.:** *Wybrane zagadnienia teorii filtracji i kompresji osadów*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2001.
32. **Palica M., Kocurek J.:** *Rozdzielanie zawiesin ciał stałych w cieczach na drodze filtracji z kompresją tworzonego osadu. Część 2*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set The Environment Protection), 5, 2003.
33. **Pawęska K., Kuczewski K.:** *The small wastewater treatment plants- hydrobotanical systems in Environmental Protection*. Archives of Environmental Protection, Vol. 39, No. 1, 2013.
34. **Piecuch T., Piekarski J., Malatyńska G.:** *The Equation Describing the Filtration Process with Compressible Sediment Accumulation on a Filter Mesh*. Archives of Environmental Protection, Vol. 39, No. 1, 2013.
35. **Piecuch. T.:** *Analityczno-empiryczny model procesu filtracji próżniowej zawiesin mułów węglowych*. Monografia habilitacyjna. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Górnictwo, Nr 65, 1975.
36. **Piecuch. T.:** *Analiza teoretyczna przepływu medium przez modelowe wirówki sitowe*. Monografia. Wydawnictwo Polskiego Towarzystwa Nauk o Ziemi, 1984.
37. **Piecuch. T.:** *Studium teoretyczne procesu filtracji grawitacyjnej*. Monografia. Wydawnictwo Polskiego Towarzystwa Nauk o Ziemi, 1984.
38. **Piecuch. T.:** *Równanie czasu przepływu rotacyjnego ścieku przez wirówkę filtracyjną*. Archiwum Ochrony Środowiska PAN, Nr 3–4, 1985.
39. **Piecuch. T.:** *Równanie Darcy jako podstawa analizy teoretycznej szczególnych przypadków procesu filtracji*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set The Environment Protection), 11, 2009.
40. **Piecuch T.:** *Technika wodno-mułowa. Urządzenia i procesy*. Wydawnictwo Państwowe Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2010.
41. **Piecuch T., Opielka A.:** *Technologiczne badania pracy prasy filtracyjnej typu ROW*. Zeszyty Naukowe AGH, Seria Górnictwo, Nr 574, 1976.
42. **Piecuch T., Piekarski J.:** *Badania procesu filtracji ciśnieniowej zawiesiny poprodukcyjnej z Zakładu Przetwórstwa Drewna Polspan-Kronospan*. Monografie Komitetu Inżynierii Środowiska PAN, Vol. 11, 2003.
43. **Piecuch T., Piekarski J., Malatyńska G.:** *Filtration of Mixtures Forming Compressible Sediments*. Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set the Environment Protection), 15, 2013.

44. **Piecuch T.:** *Badania procesu filtracji ciśnieniowej poflotacyjnych koncentratów miedzi.* Rudy i Metale Nieżelazne, Nr 10, 1978.
45. **Piecuch T.:** *Badania procesu filtracji ciśnieniowej poflotacyjnych odpadów rud miedzi.* Rudy i Metale Nieżelazne, Nr 12, 1978.
46. **Piecuch T.:** *Hipoteza możliwości wspólnego zapisu procesu filtracji i sedymentacji jako równania pędu.* Zeszyty Naukowe Politechniki Koszalińskiej, Seria Inżynieria Środowiska, Nr 12, 1988.
47. **Piecuch T.:** *Podstawy sedymentacyjnej teorii procesu filtracji.* Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej, Seria Nauki Podstawowe, Nr 21, 1980.
48. **Piecuch T., Piekarski J., Malatyńska G.:** *Filtracja z utworzeniem osadu o małej ściśliwości na siatce filtracyjnej (Filtration Forming the Sediment of Low Compressibility on the Mesh Filter).* Gospodarka Surowcami Mineralnymi, Nr 3, 2014.
49. **Piecuch T., Piekarski J., Malatyńska G.:** *Filtracja z tworzeniem osadu ściśliwego na złożu bez kolmatacji.* Gaz, Woda i Technika Sanitarna, Nr 6, 2013.
50. **Piekarski J.:** *Numeryczne modelowanie procesu filtracji i sorpcji.* Wydawnictwo Politechniki Koszalińskiej, 2009.
51. **Piekarski J.:** *Analiza wybranych parametrów kolmatacji w procesie filtracji grawitacyjnej.* Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set The Environment Protection), 11, 2009.
52. **Piekarski J., Dąbrowski T.:** *Numerical method for assessment of sorption process of contaminants from wastewater.* Mineral Resources Management, Vol. 25, 2009.
53. **Piekarski J., Dąbrowski T.:** *Investigations on colmatation during filtration process on the porous deposit.* Polish Journal of Environmental Studies, Vol. 10, 2011.
54. **Piekarski J.:** *Colmatation blockage during gravitational filtration process of coal suspension on sand bed.* Mineral Resources Management, Vol. 25, 2009.
55. **Piekarski J.:** *Zastosowanie metod numerycznych do modelowania procesu filtracji grawitacyjnej.* Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set The Environment Protection), 13, 2011.
56. **Prica M., Dalmacija M., Dalmacija B., Pesie V., Kremar D., Becelic M., Milosevic R.:** *Immobilization of cadmium from contaminated sediment using cardboard mill sludge.* Archives of Environmental Protection, Vol. 38, No. 4, 2012.

57. **Rodziewicz J., Filipkowska U., Janczukowicz W.:** *Zastosowanie tarczowych złóż biologicznych do oczyszczania ścieków z hodowli ryb.* Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set The Environment Protection), 13, 2011.
58. **Suttle H. K.:** *Filtration.* Chemical Process Engineering. No. 8, 1962.
59. **Suttle H. K.:** *Filtration. Advances in filtration in the theoretical and practical fields.* Chemical Process Engineering. No. 2, 1960.
60. **Suttle H. K.:** *Theoretical and practical advances atmospheric pollution problems, filter media, filters in unit processes.* Chemical Process Engineering, No. 2, 1957.
61. **Suttle H. K., Tiller F. M.:** *Filtration theory today.* Chemical Engineering Progress, No. 6, 1966.
62. **Tiller F. M.:** *Numerical methods for constant pressure filtration based on Kozeny's law (Lamar State College of Technology Beaumont Texas),* Chemical Engineering Progress, No. 9, 1953.
63. **Tiller F. M.:** *The role of porosity in filtration,* Analytic Equations for Constant Rate Filtration. Chemical Engineering Progress, No. 6, 1955.
64. **Wang L., Yang J., Chen Z., Liu X., Ma F.:** *Biosorption of Pb (II) of rhizobium radiobacter equilibrium kinetics and reuse studies.* Archives of Environmental Protection, Vol. 39, No. 2, 2013.
65. **Winnicki T.:** *Zastosowanie technik membranowych do uzdatniania wody i oczyszczania ścieków.* Zeszyty Naukowe Wydziału Budownictwa i Inżynierii Środowiska Politechniki Koszalińskiej, Seria Inżynieria Środowiska, Nr 15, 1999.
66. **Wiśniewski J. A., Kabsch-Korbutowicz M., Łakomska S.:** *Usuwanie bromków i bromianów z wody w procesie wymiany anionów przez membranę jonowymienną.* Rocznik Ochrona Środowiska (Annual Set the Environment Protection), 15, 2013.
67. **Wiśniewski J. A.:** *Jon exchange by means of Donnan dialysis as a pre-treatment process before electrodialysis.* Environment Protection Engineering, Vol. 32, No. 2, 2006.
68. **Wiśniewski J. A., Kliber S.:** *Donnan dialysis – a useful method of troublesome anion removal from water.* Environment Protection Engineering, Vol. 34, No. 2, 2008.
69. **Wroński S., Ptasiński K., Siwiński J.:** *Badania filtracyjnego rozdzielania zawiesiny ciała stałego w cieczy nie newtonowskiej.* Sprawozdanie Instytutu Inżynierii Chemicznej Politechniki Warszawskiej, 1970.

70. **Wroński S., Ptasiński K., Siwiński J.:** *Badanie własności układów filtracyjnych złożonych z rozdrobnionego ciała stałego i cieczy nie newtonowskich.* Prace Instytutu Inżynierii Chemicznej Politechniki Warszawskiej, Tom I, Nr 4, 1972.
71. **Wroński S., Laskowski L. K.:** *Równanie filtracji izobarycznej układów tworzących osady o oporze właściwym zmiennym w czasie.* Prace Instytutu Inżynierii Chemicznej Politechniki Warszawskiej, Tom III, Nr 1–2, 1974.
72. **Zużikow W. A.:** *Zakonomiernosti filtrowania pri rozdelenij rasslajiwajuszczichsja suspienzji na filtrie.* Chemiczieskaja Promyszlennost, Nr 4, 1960.
73. **Zużikow W. A.:** *Filtracja. Teoria i praktyka rozdzielania zawiesin.* Tłumaczenie z j. rosyjskiego, WNT, Warszawa, 1985.

Filtration at Steady Flows of Mixtures Forming Sediments of Low Compressibility

Abstract

This paper provides a theoretical analysis of a filtration process with an inflow of a mixture onto a filtration barrier (in this case, a mesh). In practice, such a process takes place in vacuum or pressure filters, filtration presses or belt filters, which is presented, though in a simplified way, on Figure 1.

The general equation for the flow of the liquid through the porous layer as per notation (1) was adapted to a filtration process description as a result of certain assumptions and a conducted theoretical analysis, leading to formulation of a universal equation of mixture filtration with sedimentation on the filtrating mesh, as described in many publications interested readers are referred to [37,39,40].

This publication is a continuation of paper [43], but for sediments with lower compressibility s_0 , i.e. 1/4, 1/5 and 1/6.

In notation (3), both output equations, i.e. (2) and (3) differ in presentation of the filtration sediment resistance ($1-s_0$). Equation (2) is a derivative of the theoretical analysis of filtration process conducted by T. Piecuch, inter alia [37,39,40], where (2) the general filtration sediment resistance was inserted without any separate calculation of the filtration resistance towards the general parameter of the compressibility coefficient s_0 . According to the assumptions made by T. Piecuch, in equation (2) pressure ΔP , which exists both in the numerator and in the denominator, is the filtration process dispositive pressure, in the literature referred to as the motor pressure, too. This makes for the basic difference with the former theoretical approaches, where the pressure placed in the denominator represented the pressure drop in the filtration sediment layer,

and thus, only a part of the so-called dispositive pressure for the course of the given filtration process.

In turn, in notation of equation (3), the second component of the denominator, which refers to the sediment resistance, includes a formula, which results from a separate solution of a differential equation of the filtration sediment resistance, by integrating that equation towards the compressibility coefficient s_0 .

That approach is typical of the French school classical theory of filtration formulated a 100 years ago, which was transferred to the Polish literature, for instance [7] quite uncritically, while a solution for that resistance differential equation, or leading out a final notation of the resistance equation in the second part of the denominator in equation (3) can be found by the reader on monograph [50].

In equation (3), pressure ΔP , which appears in both the numerator and the denominator, is the dispositive pressure for the given filtration process. Moreover, the simplifying assumption is adopted that the entire suspension (the solid phase), which forms the mixture provided for the filtration process, will take the form of the filtration sediment on the filtrating mesh ($V_N \cdot \beta_N$), and hence the filtrate will be a mechanically clean liquid.

The calculations discussed here are based on the filtration equation as per notation (3), where the assumption is that this is going to be filtration at variable values of the motor pressure ΔP , which, in the general mathematical notation of the filtration, presented as variable dx , being a differential equation.

Coming over to the simplified form of the filtration equation as per notation (3), as constant values A, B and C were adopted respectively.

Therefore, as a result of transformation of the equation as per notation (3) up to the general mathematical formula, it is going to take the form (7) where A, C – certain constant values.

A solution of the integral as per notation (7) for individual cases of parameter B, which in a physical notation is related to the compressibility coefficient s_0 , is presented below.

1.1. Compressibility coefficient $B=1/4$

Ultimately, for the compressibility coefficient $s_0=1/4$ the filtration equation will take its form in the physical notation (14):

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{16}{81} \left(\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right)^{-4} \left[9 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]^3 \sqrt[4]{\Delta P^3} \right. \\ & - 18 t' \frac{\mu}{A_F} \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]^2 \sqrt{\Delta P} + 54 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)^2 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]^4 \sqrt[4]{\Delta P} \\ & \left. - 64 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)^3 \cdot \ln \left[4 t' \frac{\mu}{A_F} + 3 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]^4 \sqrt[4]{\Delta P} \right] \right] + D \end{aligned}$$

1.2. Compressibility coefficient $B=1/5$

Ultimately, for the compressibility coefficient $s_O=0,20$ the filtration equation will take its form in the physical notation (20):

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{25}{48 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]} \left[3 \sqrt[5]{\Delta P^4} - \frac{5 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{\left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]} \sqrt[5]{\Delta P^3} \right. \\ & + 6 \left[\frac{5 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{4 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]} \right]^2 \sqrt[5]{\Delta P^2} - \left[\frac{5 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{4 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]} \right]^3 \sqrt[5]{\Delta P} \\ & \left. + \left[\frac{5 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{4 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]} \right]^4 \cdot \ln \left[5 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right) + 4 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right] \sqrt[5]{\Delta P} \right] \right] + D \end{aligned}$$

1.3. Compressibility coefficient $B=1/6$

Ultimately, for the compressibility coefficient $s_O=1/6$, the equation for filtration with a constant flow will take its form in the physical notation (28):

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{3}{25 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]} \left[12 \sqrt[6]{\Delta P^5} - \frac{18 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{\left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]} \sqrt[3]{\Delta P^2} \right. \\ & + 20 \left[\frac{6 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{5 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]} \right]^2 \sqrt{\Delta P} - 30 \left[\frac{6 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{5 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]} \right]^3 \sqrt[3]{\Delta P} \\ & + 60 \left[\frac{6 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{5 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]} \right]^4 \sqrt[6]{\Delta P} - \frac{36 [b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S]}{5 \mu V_N \beta_N} \\ & \left. \left[\frac{6 \left(t' \frac{\mu}{A_F} \right)}{5 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right]} \right]^5 \cdot \ln \left| 6 t' \frac{\mu}{A_F} + 5 \left[\frac{\mu V_N \beta_N}{b_O A_F^2 (1-\varepsilon_O) \rho_S} \right] \sqrt[6]{\Delta P} \right| \right] + D \end{aligned}$$

Thus, the derived in this paper final equations, with the physical notations (14), (20) and (28), are the final filtration equations for filtration of a mixture flowing onto the filtrating mesh and forming on it a compressible sediment, having the compressibility coefficient s_0 , as appropriate to values 1/4, 1/5 or 1/6.

The reader will find equations derived from the same basic formula of filtration with notation (3), in assumption of a steady flow and variable motor pressure of the process for compressibility coefficient s_0 equal the values of 1/3, 1/2 and 2/3, respectively, in a publication by the authors, in Annual Set The Environment Protection (vol. 15. 2013) [43]. Filtration equations for compressibility coefficient s_0 equal 1/4, 1/5 or 1/6 for the basic equation of filtration as in notation (2), in assumption of a steady flow and variable motor pressure of the process, can be found in the authors' publication in Mineral Resources Management (No 3. 2014) [48].

Filtration equations for compressibility coefficient s_0 of higher values, equal to 1/3, 1/2 or 2/3, respectively, based on the basic filtration equation as

per notation (2), can be found in the authors' article published in Archives of Environmental Protection (Vol. 39. no 1. 2013).

This cycle of these four publications of the authors [34] will be continued by a series based on the general filtration equations as per notations (2) and (3) for the same respective values of the compressibility coefficient s_0 , and thus: for sediments of conventionally high compressibility, where s_0 amounts to 1/3, 1/2 or 2/3, or conventionally for sediments of low compressibility, where the compressibility coefficient s_0 is 1/4, 1/5 or 1/6, but on the assumption that the process motor pressure parameter ΔP , which appears in those equations, is to be constant, while the flow of the liquid in the filtration process is the variable factor.

The theoretical analysis of the filtration process, as conducted in this paper, confirmed the general conclusions presented in previous papers on this problem related to determination of final equations for filtration processes with various compressibility coefficients [34,43,48]

Having the intention to introduce the possibility to use these final equations to the designing practice, it is necessary to create algorithms appropriate to them, and, on their basis, numeric applications, which is going to be the subject of the authors' further works in the years to come.

Słowa kluczowe: filtracja, siatka filtracyjna, metody numeryczne

Key words: filtration, filter mesh, numerical methods